

Parabole et foyer

On peut définir une parabole comme l'ensemble des points équidistants à un point et une droite.

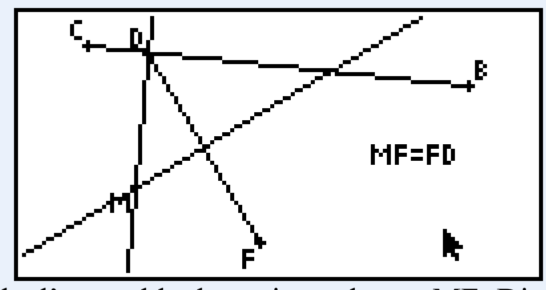
Nous allons illustrer ceci en utilisant la calculatrice et travailler sur un cas particulier permettant d'aboutir à la mise en équation de cet ensemble de points.

Par contre, pour ne pas alourdir le document, les captures d'écran ainsi que toutes les étapes ne seront pas détaillées. Le but est de montrer les possibilités de cette calculatrice et non de faire un mode d'emploi.

Un ensemble de point à faire construire à la calculatrice

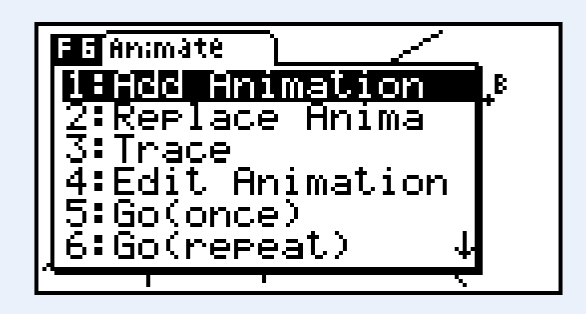
MENU ALPHA H (GEOM)

On va créer une figure dynamique et tracer l'ensemble des points en question.



On cherche l'ensemble des points tels que MF=Dist(M,(BC))

Pour ce faire, il suffit de faire déplacer D sur une partie de la droite (soit, le segment [BC]) et de tracer l'intersection entre la perpendiculaire à (BC) passant par D et la médiatrice de [DF].

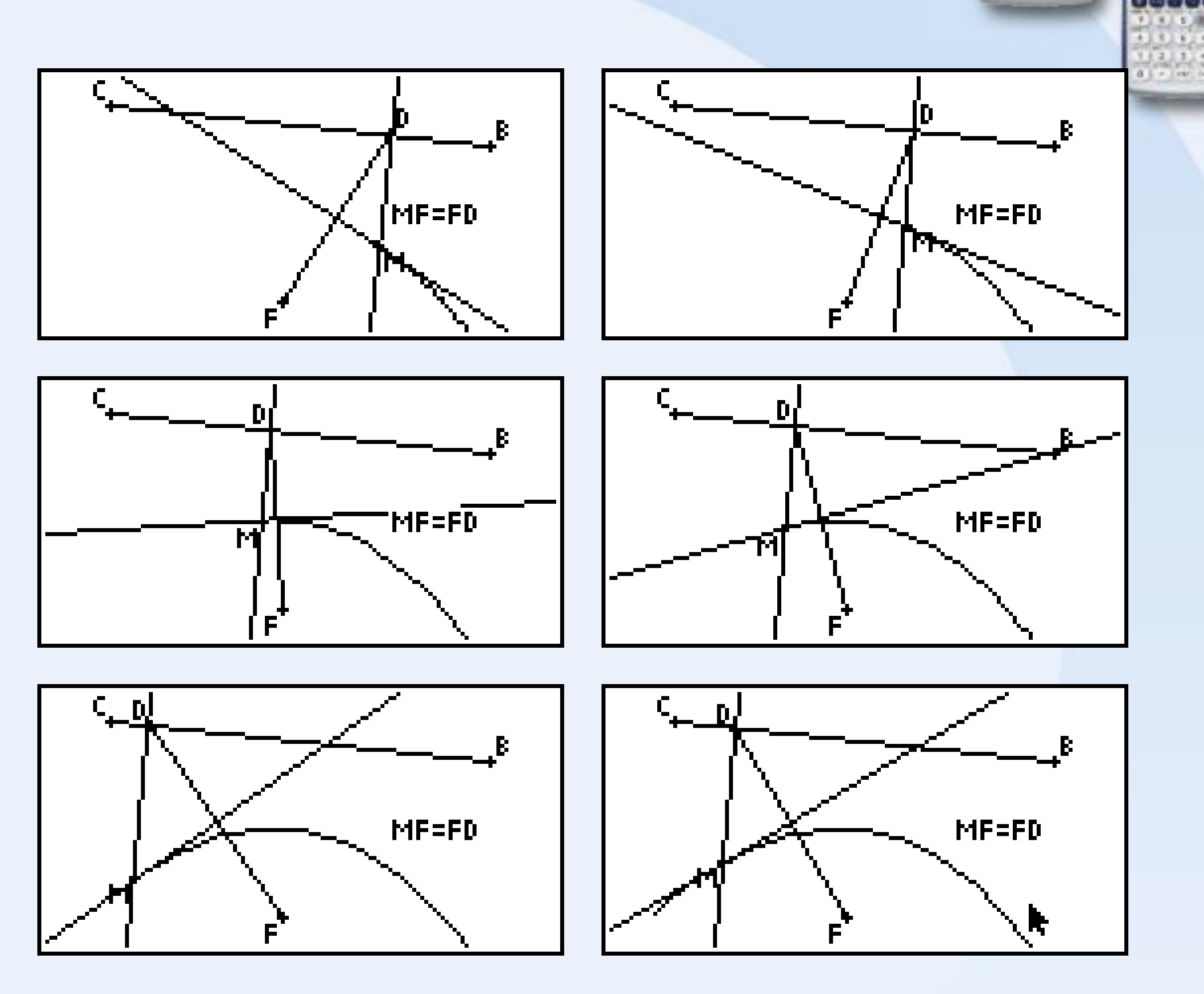


La calculatrice dispose d'un mode Trace et d'un mode Animation permettant de gérer ceci.

L'animation permet de faire déplacer un point sur un ensemble fermé (segment ; cercle …) . De ce fait, la figure a été construite avec un segment et non une droite (BC).

Il était possible de déplacer manuellement le point mais, l'utilisation d'une animation est plus « visuelle ».





On visualise pas à pas la construction d'une partie d'une parabole définie par une droite et un point .
Le tout dans un cas général, où le point et la droite sont dynamique au possible.

Un cas particulier

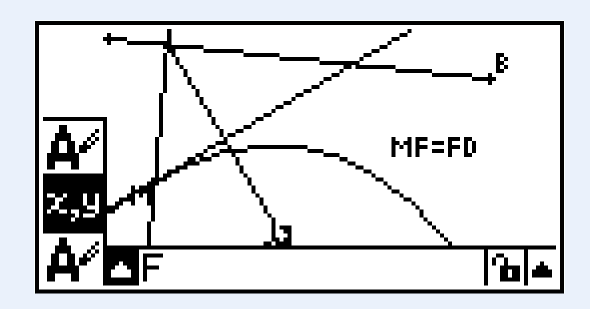
Dans un repère orthonormé, trouvez l'ensemble des points équidistants d'une droite (BC) et d'un point F sachant que :

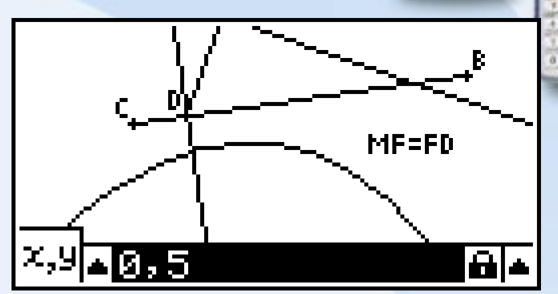
F(0,5)
B(-5,0) et C(5,0)

Pouvez-vous lui trouver son équation ?

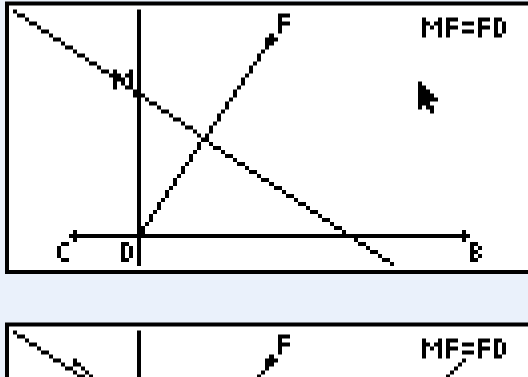
[MENU] [ALPHA] [H](GEOM) (…) [EXE](F) [VAR](x,y)
On va utiliser la figure précédente et imposer les coordonnées aux points en question…

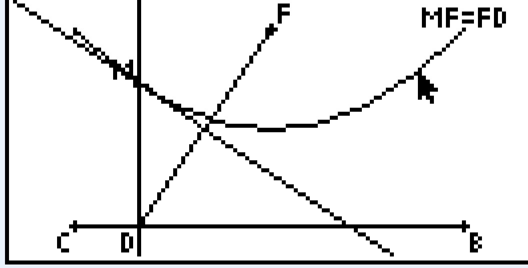






On fait de même pour les points B et C puis,on centre la figure en utilisant la touche (-)

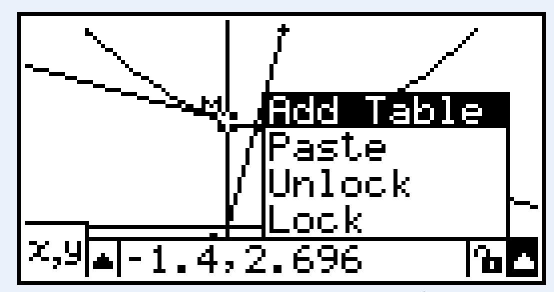


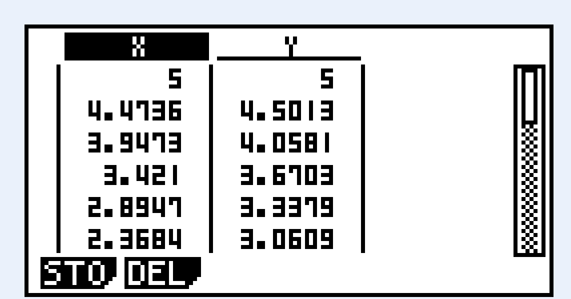


On active la trace pour retrouver notre ensemble de points.

Cherchons l'équation de cette parabole

On a la possibilité de transférer les coordonnées des points M vers des listes permettant son analyse.





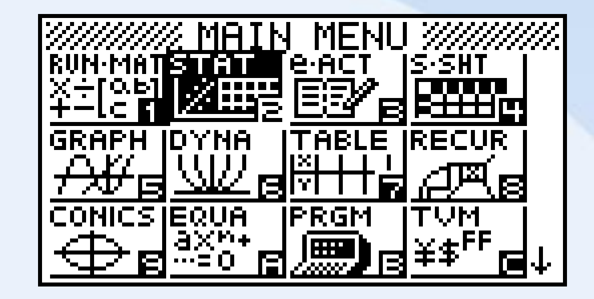
X	Y
5	5
4.4736	4.5013
3.9473	4.0581
3.421	3.6703
2.8947	3.3379
2.3684	3.0609

La commande STO permet de stocker les listes.

MENU 2(STAT)
On va pouvoir analyser ces listes de coordonnées et proposer une équation dans ce repère .







F2 (CALC) F3 (REG) F3 (x^2)

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
	X	Y		
1	5	5		
2	4.4736	4.5013		
3	3.9473	4.0581		
4	3.421	3.6703		

GRPH CALC TEST INTR DIST ▷

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
	X	Y		
1	5	5		
2	4.4736	4.5013		
3	3.9473	4.0581		
4	3.421	3.6703		

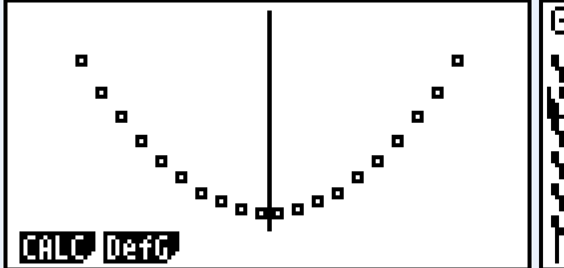
X Med x^2 x^3 x^4 ▷

QuadReg
a =0.09999999
b =0
c =2.5
r²=1
MSe=1.539E-24
y=ax²+bx+c
COPY

On retrouve une équation proche de :

$$y = \frac{1}{10}x^2 + 2.5$$

On peut vérifier cette approximation dans le mode graphique :

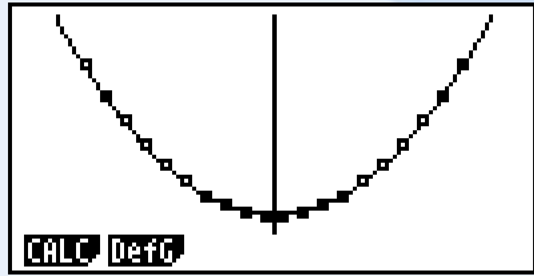




Voici l'ensemble des points analysés et l'équation qui semble cohérente.



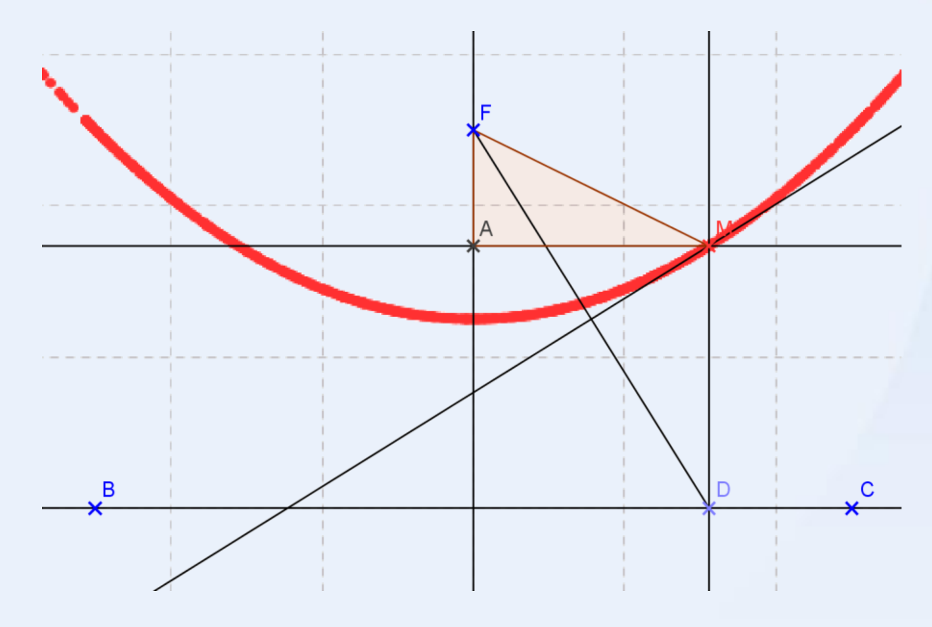




On retrouve une courbe qui semble approximer parfaitement notre ensemble des points.

Piste de démonstration :

Il ne reste qu'à gérer la démarche de démonstration pour aboutir à une preuve analytique plus complète :



Le triangle AFM est rectangle en A .

M est sur la médiatrice de [FD]

donc, FM = MD = y

AM = x.

On a donc :

$$FM^2 = AF^2 + AM^2$$
$$y^2 = (5 - y)^2 + x^2$$
$$y^2 = 25 - 10y + y^2 + x^2$$
$$10y = x^2 + 25$$
$$\mathbf{y = \frac{1}{10}x^2 + 2.5}$$

Ce qui correspond à l'estimation trouvée.

